

有価証券報告書による 固定資本の生存曲線の推定（下）

滝 田 和 夫

目 次

- 第1節 問題の所在
- 第2節 Atkinson/Mairesse の方法による推定結果とその問題点
- 第3節 減価償却率推定上の諸問題……以上 前号
- 第4節 連立方程式解による推定 ……以下 本号
- 第5節 推定の信頼性
- 第6節 小括

第4節 連立方程式解による推定

これまで、第1節においては、固定資本の生存曲線研究の現状を概観して問題の所在を示し、次に第2節では、企業の財務諸表による生存曲線推定に先鞭をつけた Atkinson/Mairesse の方法の問題点を検討し、彼らの粗ストックのみによる単変量回帰ではモデルの識別性が弱くて推定の信頼性が低く、彼らが利用していない純ストックと減価償却に関するデータをも推定に結合的に利用し、またパラメーターの変化も考慮する必要があることを指摘した。そこで第3節では、減価償却率データを推定に利用するための準備として減価償却率推定上の諸問題を検討した。本節においては、これまでの検討を基礎に、有価証券報告書（有報）における粗資本ストック、純資本ストック、減価償却額の3つのデータから得られる3本の連立方程式により、電気機器3社における固定資本の生存曲線推定を試みる。この推定の信頼性の検討は次節においてなされる。

前節で検討した減価償却率推定上の問題点を踏まえて(12)～(14)式を再定

式化しよう。 t 期の投資 I_t の i 年後の未償却率（＝簿価/取得価額）を $\delta_{t,i}$ とし、 t 期の投資が i 年後に行う償却額の生存投資額に対する割合を $\theta_{t,i}$ とすると、 t 年の純ストック額（＝簿価） KN_t 、減価償却額 D_t 、純除却額 RN_t は、

$$KN_t = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (20)$$

$$D_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (21)$$

$$RN_t = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_{t-i-1,i} [\exp\{-(i/b)^c\} - \exp\{-((i+1)/b)^c\}] I_{t-i-1} + u_t \quad (22)$$

但し、 $\theta_{t,i}$ と $\delta_{t,i}$ は、初年度については、

$$\theta_{t,0} = ER_t + \alpha_t r_t$$

$$\delta_{t,0} = 1 - \theta_{t,0}$$

また、1年目以降は、5%残価に達するまでは、

$$\theta_{t-i,i} = \delta_{t-i,0} (1 - r_{t-i})^{i-1} r_{t-i}$$

$$\delta_{t-i,i} = \delta_{t-i,0} (1 - r_{t-i})^i$$

5%残価に達して $\delta_{t-i,0} (1 - r_{t-i})^i \leq 0.05$ となると、

$$\theta_{t-i,i} = 0$$

$$\delta_{t-i,i} = 0.05$$

となる。なお、 ER_t は特別償却率（＝ ED_t/I_t ）、 r_t は t 期の投資の普通償却率、 α_t は t 期投資の初年度普通償却率の普通償却率 r_t に対する割合を示す。

これで本節の分析の準備は整った。この後は2つの進み方がある。一つは第2節でみた粗資本ストック式、

$$KG_t = \sum_{i=0}^{\infty} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (5)$$

を上記の純ストック式(20)および減価償却式(21)と結合して、(5)(20)(21)式で誤差項 u_t をゼロとして、この3本の連立方程式を每期解くやり方である。もう一つは、やはり第2節でみた粗除却式、

$$RG_t = \sum_{i=0}^{\infty} [\exp\{-(i/b)^c\} - \exp\{-((i+1)/b)^c\}] I_{t-i-1} + u_t \quad (6)$$

を上の減価償却式(21)および純除却式(22)と結合して、(6)(21)(22)式で誤差項を含めて可変パラメーターによる多変量回帰を行うやり方である。前者の連立方程式解は、可変パラメーターについて線形などの制約をつけずに連立方程式を每期解くので、パラメーターのあるがままの変化を調べることができる点で自然な推定であるが、誤差項について $u_t=0$ と仮定するために推定誤差に関する推論に困難を伴うのが欠点である。後者の多変量回帰は、可変パラメーターの変化の様式に関する何らかの恣意的な仮定を必要とする点で定式化の誤りの危険を持つが、通常の回帰であるために推定の信頼性を推論することができるというメリットがある。

しかし、後者の多変量回帰を行うには正確な減価償却率データ r_t が必要である。(19)式、

$$r_t = 1 - D_2/D_1 \quad (19)$$

$$\text{但し, } D_1 = KN_t r_t - KN_{t-1}(1 - r_{t-1})r_{t-1}$$

$$D_2 = KN_t(1 - r_t)r_t - KN_{t-1}(1 - r_{t-1})^2 r_{t-1}$$

によってそれを得るには、(18)式、

$$r_t = (D_t - ED_t) / \{KN_t(1 - \lambda_t) + D_t - (1 - \alpha_t)I_t\} \quad (18)$$

において初年度普通償却率の普通償却率に対する割合 α_t 、と減価償却を停止した償却済み資産がストックの簿価に占める比率 λ_t を知る必要がある。ところが、すでに見たように、 λ_t のデータはないし、 α_t についても1975年度以降の値が不明である。それに対して、前者の連立方程式による方法は、実は推定期間中については減価償却率 r_t データを必要とはしないのである。

というのは、(5)(20)(21)式で $u_t=0$ とすると、この連立方程式体系では独立な方程式が3本存在するのに対し、生存曲線の推定パラメーターは b と c の2個であり、もう一つの未知数 r_t についても解くことができるからである。そこで本稿では、(5)(20)(21)式で誤差項 u_t をゼロとして、これら3本の連立方程式に対し、 b 、 c 、 r_t の3個の未知数を每期解く方法をとるこ

ととした。つまり、3本の連立方程式、

$$KG_t = \sum_{i=0}^{\infty} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (23)$$

$$KN_t = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (24)$$

$$D_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (25)$$

を未知数 b_t , c_t , r_t について每期解くのである。但し、 r_t は(20)～(22)式のところでみたように $\theta_{t,i}$ と $\delta_{t,i}$ に含まれる未知数である。また、(23)～(25)式では b と c は可変としているからそれぞれ b_t , c_t と表示すべきだが、式が煩瑣になるために b と c の添字 t が省略されている（以下同様）。なお、 ∞ は実際には60年とした。

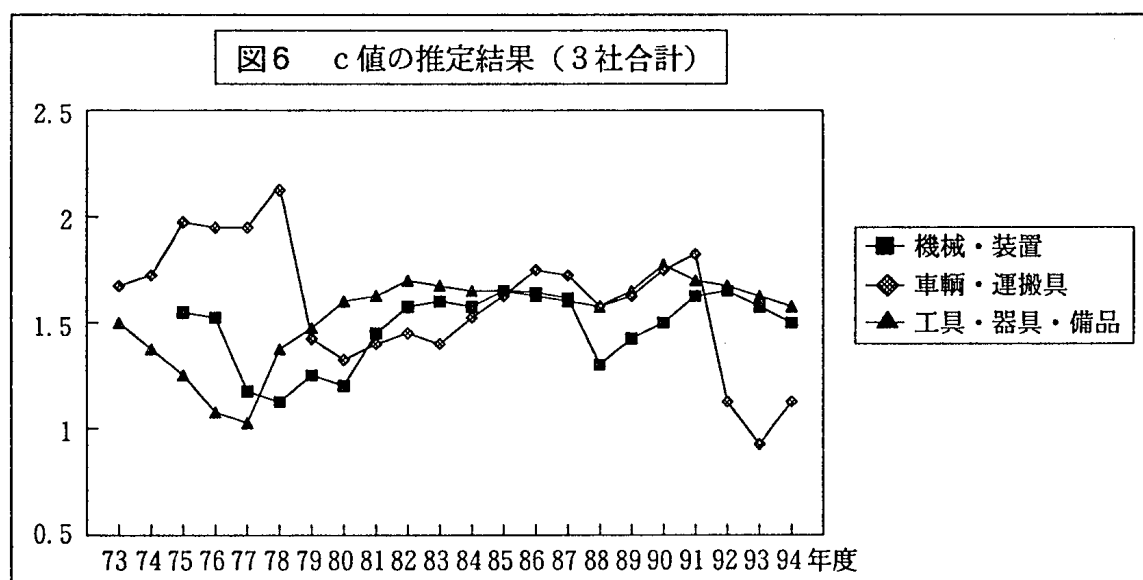
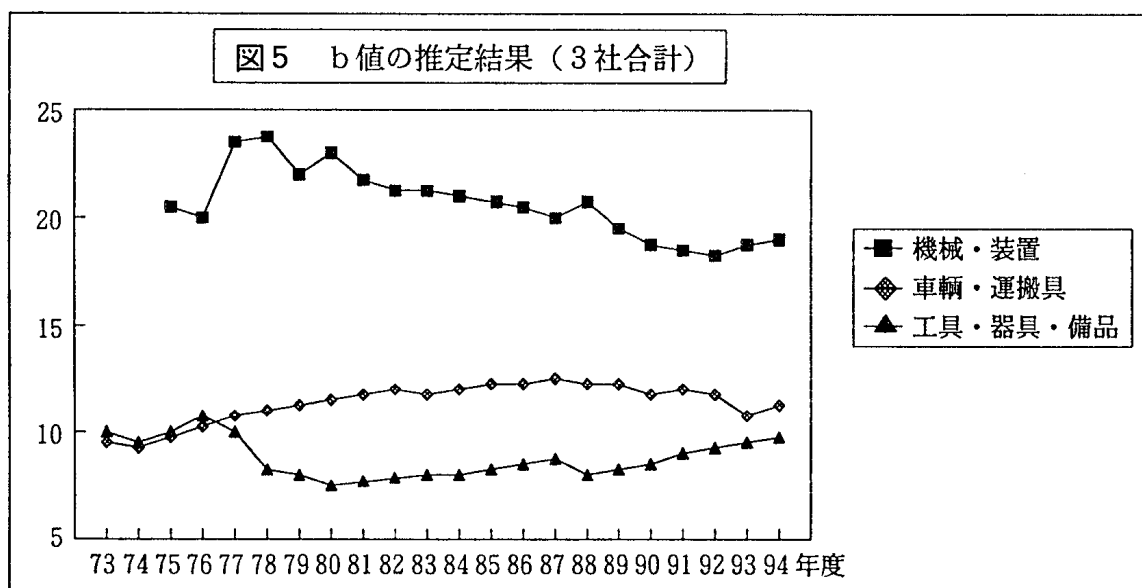
ところで、このように3本の連立方程式(23)～(25)を未知数 b_t , c_t , r_t について每期解くとしても、欠落しているデータが2種類ある。一つは、1975年度以降の α_t の値であり、もう一つは推定期間以前の r_t の値である。そこで、本稿では、75年度以降の初年度普通償却割合 α_t をストックの平均償却率の粘着性に着目して近似的に求め²⁴⁾、また、投資の償却率 r_t の推定期間以前の値については、(18)(19)式で一旦 $\lambda_t=0$ （または数%）として求めた r_t を、推定期間の初年度の値と前年度の値が同一になるように水準訂正して求めた²⁵⁾。

24) 75年度以降の α_t の計算方法は以下の通り。

1. はじめに、(17)式において上半期投資額/年度総投資額比率を、1974年度までは実際値とし、また75年度以降は不明なので0.5として α_t を一旦計算し、74年まではその値をそのまま採用し、75年度以降はそれを第1次近似値とした。
2. 1で得た α_t と $\lambda_t=0$ （または数%）を(18)式に代入し、ストックの平均償却率 ra_t の第1次近似値 ral_t を計算した。
3. こうして得られる ral_t は年々の変動が激しいが、真の ra_t はストックの平均償却率だから安定的にゆっくりと変動するはずである。そこで、 ra_t の第1次近似値 ral_t の5年移動平均値 $ra5_t$ を計算し、この移動平均値 $ra5_t$ からの第1次近似値 ral_t の乖離がもつばら α_t の変動によって引き起こされているものとした。すなわち、(18)式より、 $\lambda_t=0$ （または数%）として、

$$\alpha_t = \{(D_t - ED_t)/ra5_t - KN_t(1 - \lambda_t) - D_t + I_t\} / I_t$$

により α_t の第2次近似値を求め、これを75年度以降の α_t とした。



25) 3本の連立方程式解による推定期間の初年度は、車両・運搬具と工具・器具・備品で73年度、機械・装置で75年度とした。従って、それ以降の r_t は3本の連立方程式解として求めることができるが、それ以前はそれができないので、推定期間の初年度以前の r_t は、例えば推定期間初年度が73年度の場合、以下のようにして計算した。

1. まず、(18)(19)式で $\lambda_t = 0$ （または数%）として62年度から推定期間前年度である72年度までの r_t 求める。
2. この $r_{62} \sim r_{72}$ を用いて73年について3本の連立方程式を解き r_{73} を求める。
3. もし r_{73} が r_{72} と等しくなければ、それまでの $r_{62} \sim r_{72}$ を r_{73}/r_{72} 比率で一律に水準訂正する。
4. 以下、 r_{73} と r_{72} が等しくなるまで2、3を繰り返す。

このようにして、イタレーションにより(18)(19)式で λ_t が不明であること

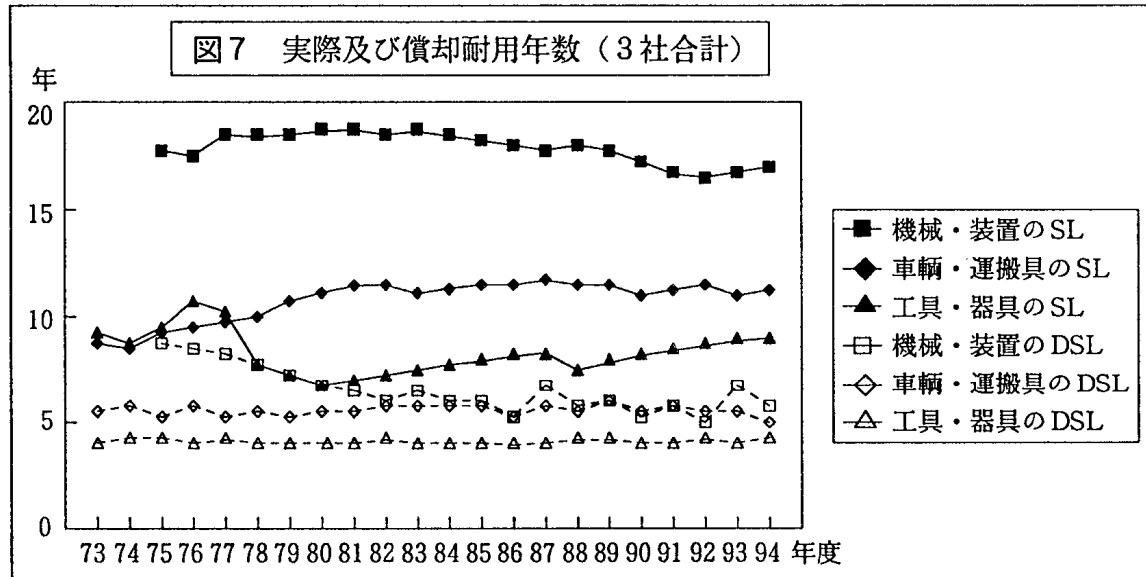
このようにして、3本の連立方程式(23)～(25)を每期解いて得られた解を3社合計の b , c 値について図示したのが図5, 図6である。これらの図を見るにあたって留意すべき点がある。一つは、後に示すように80年代以降の推定値に対して70年代の推定の信頼性がやや劣る点である。もう一つは、84年度以降の機械・装置の推定については、図4でみた減価償却率の乱高下のためにやはり信頼性に問題があると思われることである。これらの点に留意した上で図の80年代以降の動きを見ると、まず実際耐用年数にほぼ対応するスケール・パラメーターである b 値(図5)については、機械・装置ではおおむね低下傾向にあり、また車両・運搬具では87年度頃まで上昇した後低下に転じており、工具・器具・備品では88年度の一時的落ち込みを除きおおむね上昇傾向にあることがわかる。次に、形状パラメーターである c 値(図6)について、まず注目されるのは、いずれもおおむね $c=1$ から $c=2$ の範囲で変動しており、従って、除却曲線は指数分布($c=1$)から正の歪みをもつ対数正規分布($c=2$)の範囲で変動していることである²⁶⁾。しばしば除却曲線の典型とされる対称的な正規分布に対応する c 値($c=3.6$)はここではまったく現れない。さらに c 値の値はいずれもおおむね80年代に一山形成した後、90年代に入り低下している。このことは c 値、従って生存・除却曲線の形状の循環的変動の可能性を示唆しており興味深いが、生存・除却曲線の変動と景気循環の関係についての本格的検討は別稿に譲ることとしたい。

続いて図7～図9は、推定された b_t , c_t , r_t の値から3社合計についての

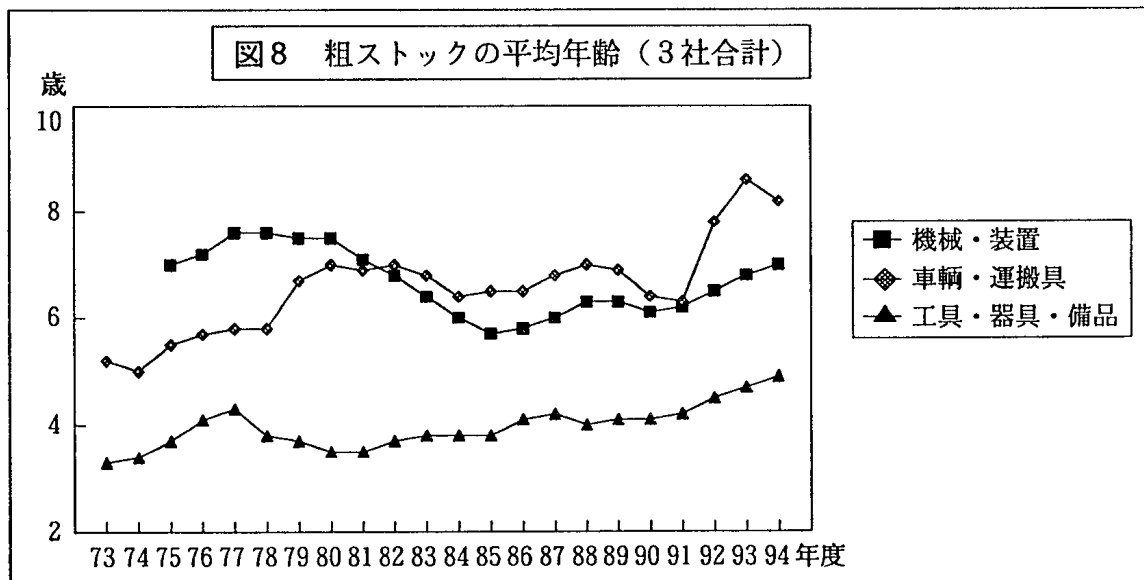
による r_t の水準訂正をした結果はすべて収束したが、その基準として推定初年度の償却率と前年度の償却率が等しいとしたのはいかにも便宜的であり、今後改善すべき点である。

26) c 値がおおむね1から2の間にあり、従って除却曲線は指数分布から正の歪みをもつ対数正規分布の間の形状をしているというこの結果は、拙稿[1995下]において1970年国富調査による生存・除却曲線の分析から得た結果とほぼ整合的である。この点は、拙稿[1995下]がかなり大きな産業分類にもとづいていたのに対し、ここでの分析が企業レベルのものであることを考慮すると興味深い。なお、煩瑣になるので本稿では結果を示していないが、筆者は、更に3社それぞれについても同じ連立推定を行った。その結果、連立解はすべて収束し、すべての b , c 値が得られた。それでみても、各社の3資産の c 値がおおむね1から2の間にあるという結果は動かない。

実際平均耐用年数 SL と普通償却耐用年数 DSL ，粗ストックの平均年齢，その経過率（＝粗ストックの平均年齢／実際耐用年数）を算出し，それらを図示したものである²⁷⁾。まず図7では実際平均耐用年数 SL と普通償却耐用



（注）SL は実際の平均耐用年数、DSL は償却平均耐用年数を表す。

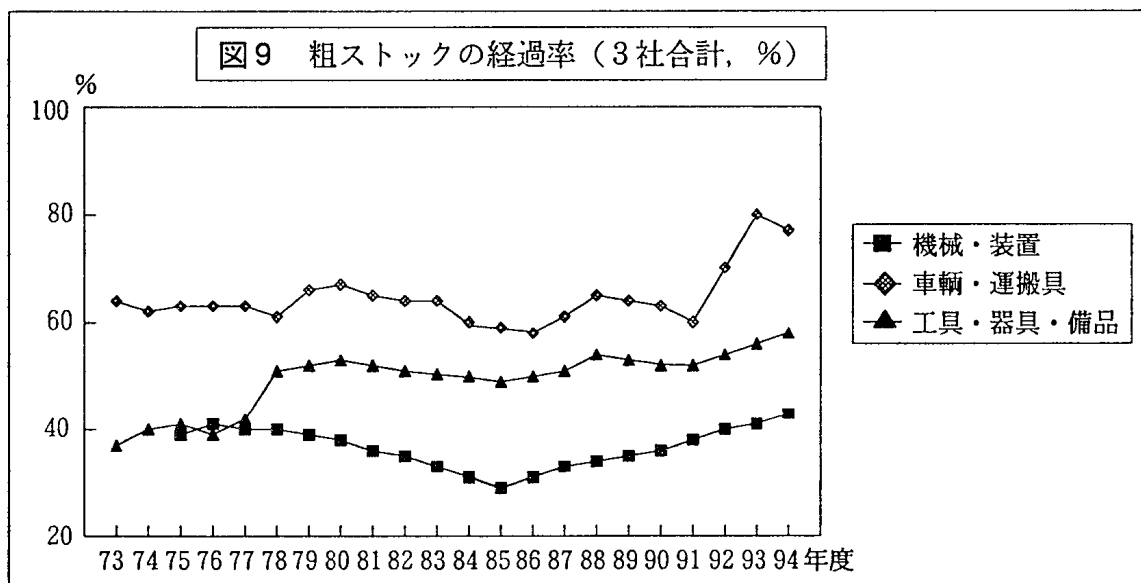


27) これらの値の算出方法は以下の通り。

a. 実際平均耐用年数……実際平均耐用年数 SL_t は生存曲線の確率密度関数 (*p. d. f.*) である除却曲線における耐用年数の期待値だから，推定された b, c 値より，

$$SL_t = \sum_{i=0}^{60} (i + \alpha_{t-i}) [\exp \{-(i/b)^c\} - \exp \{-((i+1)/b)^c\}]$$

↗



によって算出した。ここで経過年数を i でなく $i + \alpha_{t-i}$ としているのは、例えば今年度 ($i=0$) の投資の平均経過年数を 0 年ではなく α_t 年としたからである。

b. 普通償却耐用年数……普通償却耐用年数 DSL_t は、実際平均耐用年数 SL_t に対応するものとしては、普通減価償却曲線の $p. d. f.$ における耐用年数の期待値をとるべきなのであろうが、日本の法定耐用年数はそれとは概念的に異なる。日本の税法では例えば米山 [1972] p. 272 で示されているように、法定耐用年数を L すると、

$$r = 1 - 0.1^{1/L}$$

つまり、

$$(1-r)^L = 0.1$$

となるように、定率法減価償却率 r が定められている。従って、法定耐用年数は減価償却曲線の $p. d. f.$ における耐用年数の期待値＝平均値とはならず、むしろいわば最大値のようなものに対応している。本稿では混乱を招かないように、平均普通償却耐用年数を税法の法定耐用年数に対応するものとして算出した。つまり、まず 3 本の連立方程式より推定された償却率 r_t より各年度の投資の法定耐用年数 L_t を、

$$L_t = \ln(0.1) / \ln(1-r_t)$$

によって求め、次に b_t , c_t , r_t より算出される純ストックの各ヴィンテージによりそれをウェイト付けして、平均普通償却耐用年数 DSL_t を、

$$DSL_t = \sum_{i=0}^{60} L_i W N_i$$

但し、 $W N_i = \delta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} / K N_t$ で δ の制約は(20)～(22)式と同じ。として求めた。なお、もし DSL_t を減価償却曲線の $p. d. f.$ の期待値として定義すると、それは本稿の DSL_t のさらに半分程度となってしまふ。

c. 粗ストックの平均年齢……粗ストックの平均年齢 $AGEG_t$ は、粗ストックの各ヴィンテージの年齢をその粗ストックウェイトで加重平均したものだから、

$$AGEG_t = \sum_{i=0}^{60} (i + \alpha_{t-i}) W G_i$$

但し、 $W G_i = \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} / K G_t$

↗

年数 DSL が図示されているが、前者は塗りつぶしたマークと実線で、また後者は対応する中空のマークと点線で示されている。図より、実際耐用年数の動きは b 値の動きにほぼ対応していることがわかるが、更に興味深いことは、いずれの資産についても償却耐用年数が実際耐用年数の約半分にすぎないことである。つまり、実際の平均耐用年数の約半分の時点で減価償却がほぼ終了してしまうように法定耐用年数が設定されているということである²⁸⁾。次に図8で粗ストックの平均年齢を見ると、3資産とも第1次オイルショックから1980年前後にかけて平均年齢が上昇していった後に下降に転ずるが、機械・装置と車両・運搬具は円高不況時を底に、また工具・器具・備品は81年度頃を底に、再び上昇に転じ、いずれもバブル景気における若干の低下を見せながらも平均年齢は趨勢的に上昇していったことがわかる。図9における粗ストックの経過率はこのような平均年齢の動きに対応しており、3資産とも第1次オイルショック以降1980年前後にかけて上昇した後、円高不況にかけて低下し、その後バブル景気による足踏みまたは若干の低下を見せながらも経過率は上昇していき、1994年度には3資産とも経過率が第1次オイルショック時を凌ぐ水準に達している。こうした設備の老齢化は車両・運搬具と工具・器具・備品においてとりわけ顕著であり、また競争力を左右する機械・装置の経過率は相対的に低く維持されている点が注目されるが、それはともかく、図8、9より、平均年齢や経過率はおおむね好況期に低下し、不況期に上昇しており、これらは循環的に変動することが確認できる²⁹⁾。

により求めた。

d. 経過率……これは本文に示したように、経過率＝粗ストックの平均年齢 $AGEG_i$ / 実際平均耐用年数 SL_i として算出した。

28) これは電気機器3社に関するものなので一般化することは危険だが、注4でみたように、日本の製造業の法定耐用年数に基づく平均耐用年数はOECD諸国中で異常に短く、「はずれ値 (outlier)」(OECD [1993] p. 17) であると評されるのも、こうしたことが一般的であるからかもしれない。

29) ここでは第1次オイルショック、円高不況、バブル後の不況の影響が現れているが、第2次オイルショックの影響は殆ど現れない。それは電気機器3社の場合、第2次オイルショックの影響が比較的軽微だったからであると思われる。この点は3社の経常利益率や売上高の変化等から確認できる。

第5節 推定の信頼性

前節においては、真の生存曲線は Weibull 曲線で近似できると仮定し、(23)～(25)式の3本の連立方程式を每期 b_t , c_t , r_t について解くことにより生存曲線を推定した。真の生存曲線が Weibull 曲線で近似できるという仮定が正しければ、前節における推定誤差の主要な源泉は2つある。第一は、減価償却データ、とりわけ75年度以降の α_t と、償却率 r_t の推定期間以前の初期値設定の誤差によるものである。第二は、真の生存曲線の近似そのものが含む誤差によるものである。本節では、これらの誤差が前節の推定の信頼性に及ぼす影響を検討する。まず、第一の誤差から検討しよう。

A. 減価償却データの誤差にもとづく推定誤差

第3節で減価償却率推定の諸問題について検討したところで詳しくみたように、減価償却データの誤差にはいくつかのものがあるが、そのうち主要なものの一つは、図4でみた84年度以降の機械・装置の減価償却率に現れるデータそのものの乱高下である。これには減価償却率の改訂が影響しているものと思われるが、それについての処理は先述のように本稿ではまったくなされておらず、単に機械・装置の84年度以降の推定には問題があると言いたいようがない。もう一つの推定誤差は、75年度以降の α_t と推定期間以前の償却率 r_t の推定誤差によるものである。これは本稿の α_t と r_t の近似方法に基づく誤差であり、その誤差が生存曲線パラメーター b , c の推定にどの程度の誤差をもたらすかについてはある程度の判断が可能である。すなわち、本稿のモデルにおいて人工的な真の α_t と r_t の値を設定し、それに対して前節の α_t と r_t の近似方法をとるとその計算値と b , c 値の推定にどの程度の誤差をもたらされるかをシミュレーションしてみることによって、 α_t と r_t の近似誤差が b , c 値の推定にもたらす誤差を判断することができる。もっとも、このシミュレーションがどの程度現実を反映するかは、人工的に設定される α_t と r_t の変動が現実を反映する度合いによる。幸い、1961年度

表3 r の初期値と α の誤差による b , c , r の推定誤差のシミュレーション結果
 $c_0=1.0$ のケース

期 間		b	c	α	r
1973-94年度	真の値の平均	10	1	0.5438	0.4368
	誤差の平均	0.0008	-0.0008	-0.0037	0.0051
	誤差の標準偏差 s	0.0110	0.0101	0.0295	0.0245
	s の95%信頼区間の上限	0.0129	0.0119	0.0348	0.0290
1980-94年度	真の値の平均	10	1	0.5469	0.4420
	誤差の平均	0	0	-0.0055	0.0054
	誤差の標準偏差 s	0	0.0001	0.0298	0.0237
	s の95%信頼区間の上限	0	0.0001	0.0366	0.0292

$c_0=2.0$ のケース

期 間		b	c	α	r
1973-94年度	真の値の平均	10	2	0.5390	0.4368
	誤差の平均	-0.0004	0.0025	0.0011	0.0039
	誤差の標準偏差 s	0.0104	0.0340	0.0258	0.0347
	s の95%信頼区間の上限	0.0122	0.0402	0.0305	0.0410
1980-94年度	真の値の平均	10	2	0.5390	0.4420
	誤差の平均	-0.0020	0.0079	0.0015	0.0042
	誤差の標準偏差 s	0.0029	0.0107	0.0284	0.0373
	s の95%信頼区間の上限	0.0036	0.0131	0.0349	0.0459

$c_0=3.6$ のケース

期 間		b	c	α	r
1973-94年度	真の値の平均	10	3.6	0.5378	0.4368
	誤差の平均	0.0037	-0.0307	0.0026	0.0045
	誤差の標準偏差 s	0.0337	0.2235	0.0235	0.0370
	s の95%信頼区間の上限	0.0399	0.2640	0.0278	0.0437
1980-94年度	真の値の平均	10	3.6	0.5381	0.4420
	誤差の平均	-0.0100	0.0477	0.0029	0.0047
	誤差の標準偏差 s	0.0113	0.0472	0.0238	0.0407
	s の95%信頼区間の上限	0.0138	0.0580	0.0292	0.0500

(注1) 数値は、小数点以下5桁目を四捨五入。

(注2) s の95%信頼区間の上限は χ^2 分布より算出。

(注3) 各欄の標本数は73-94年度で88, 80-94年度で60。

から74年度については(17)式における上半期投資額／年度総投資額の値より α_t の標本値がわかり、それにより α_t の標本平均と分散がわかるから、この α_t の平均と分散をもつ α_t を人工的に生成することが可能である。また、投資の減価償却率 r_t については、それは法定減価償却率と投資構成に依存しているが、前者は償却率改訂がない限り不変であり、後者はゆっくりとしか変動しないから、 r_t の変動は趨勢的と考えてよい。

そこで、このシミュレーションを行った結果が表3である³⁰⁾。表では c_0 値の3つのケースについてそれぞれ、1973～94年度の結果と、80～94年度の結果を示した。表で b 値と c 値の推定誤差の標準偏差をみると、いずれにおいても73～94年度よりも80～94年度において標準偏差が著しく低下することがわかる。これは、誤差のグラフを描いてみるとわかるのだが、推定期間の初期には大きな推定誤差が生ずるものの、やがて誤差は次第に小さくなっていき、80年頃からは非常に小さなものになっていくためである。つまり、 b 、 c 値の推定誤差の大部分は推定期間の初期に生じるのである。実際、表をみると80～94年度の推定誤差の標準偏差は、 c の真の値を c_0 とし

30) このシミュレーションでは、まず投資系列として3社合計の車両・運搬具を用い、本稿のモデルにおいて、「真の値」をすべて $b_0=10$ として $c_0=1$, $c_0=2$, $c_0=3.6$ の3つのケースを設定し、それぞれのケースにおいて更に真の r_t に関する4つのケース(イ. $r_t=0.4$ で不変のケース, ロ. 1960年まで $r_t=0.4$ で61年以降 r_t が年0.001ずつ増加するケース, ハ. 同じく0.002ずつ増加するケース, ニ. 同じく0.003ずつ増加するケース)を設定した。そして真の α_t の値については、3社それぞれの3資産の61～74年度の平均が0.542(これは(17)式で投資比率を0.5とした値0.542に丁度一致)、標準偏差が0.0463となる(標本数=126)ので、この平均と標準偏差をもつ正規乱数を上の3×4のそれぞれのケースについて毎年発生させ、これを α_t の「真の値」とした。また特別償却額はすべてゼロとした。そこからそれぞれのケースについて、Weibull生存曲線がexactに成立する場合の1973～94年度の粗ストック・純ストック、減価償却額の値が計算できる。そこで、これら3種の値と投資系列および特別償却額=0の情報が与えられた場合、前節とまったく同じ方法の推定を行うと「真の」 b_0 , c_0 , α_t , r_t に対してどの程度の推定誤差が生ずるかをみたシミュレーション結果が表3である。なお、シミュレーション結果では、それぞれの c_0 値において r_t の4ケースには大きな相違がみられなかったため、表では r_t の4ケースを区別せず一括表示した。従って、表3の標本数は、それぞれの c_0 値のケースにおいて、73～94年度で $22 \times 4 = 88$, 80～94年度で $15 \times 4 = 60$ である。

$c_0=1$ のケースではほぼゼロに近く、 $c_0=2$ でも真の値に対し極めて小さい。 $c_0=3.6$ ではそれがやや大きくなるが、それでも推定誤差の分布が正規分布とし、推定誤差の標準偏差の2倍をとると、推定値の約95%は $9.97 < b < 10.01$, $3.55 < c < 3.74$ の間に分布することとなり、やはり誤差は真の値である $b_0=10$, $c_0=3.6$ に対して極めてわずかである。もちろんこのシミュレーションは標本数が少ないので推定標準偏差自体の信頼区間を考慮すべきであり、その95%区間の上限も表で示しておいたが、それを考慮しても b , c 値の推定誤差が極めて僅少であることは変わらない。こうして、 b , c 値に関しては、推定誤差は真の値に対して相対的にはほとんどネグリジブルであり、とりわけ c 値が低いほどこのことが言えるようである。それに対し、 α_t と r_t の推定誤差はそれらの真の値に比べて相対的にかなり大きい。このように、 α_t と r_t の推定誤差の標準偏差がかなり大きいにもかかわらず b , c 値の推定誤差が極めて小さいのは、 α_t の大きな推定誤差は同期の r_t 推定に直接影響し、やはり大きな r_t の推定誤差をもたらすが、(23)～(25)式からわかるように、 b , c 値の方はそれらの値を集計したものから推定されるため、 α_t や r_t の推定誤差が平均的に相殺される限り、それらの推定誤差が b , c 値の推定に及ぼす影響は微小にとどまるためと思われる。実際、表で α_t と r_t の推定誤差の平均をみるとゼロに近く、誤差がほぼ相殺されていることがわかる。

いずれにせよ、表3より次の点を確認できる。第一に、 r_t の初期値と α_t の誤差による b , c 値の推定誤差は、推定を開始した数年間は比較的大きいが、やがてそれは小さなものに収束していく。第二に、従って前節の推定は、70年代よりも80年代以降の推定の方が精度が高いと考えられる。第三に、80年代以降については、 α_t と r_t の推定誤差は比較的大きいものの、それによる b , c 値の推定誤差は相対的に非常に小さく、とりわけ前節で検出したような $c_0=1\sim2$ の範囲では、 b , c 値の推定誤差は真の値に対して殆どネグリジブルであると結論できる。

B. 生存曲線近似そのものが含む誤差にもとづく推定誤差

A項では減価償却データが含む誤差、とりわけ75年度以降の α_t と、 r_t の初期値設定の誤差にもとづく b, c 値の推定誤差を検討し、推定期間が推定開始から数年経過し、また c_0 値が前節の結果のように1～2の範囲であれば、推定誤差は殆どネグリジブルであることをみた。しかし、生存曲線推定にはもっと本質的な推定誤差が存在する。それは、生存曲線近似そのものが含む誤差にもとづく推定誤差であり、仮に完全に正確な減価償却データが得られても存在する推定誤差である。

1. 生存曲線が既知の場合の効率的推定による推定誤差

はじめに、現実の生存曲線データが幸運にも正確にわかり、それが例えば Weibull 曲線で近似できるとしよう。すると現実の生存率を F_i として、生存曲線の推定式は、

$$F_i = \exp\{-(i/b)^c\} + u_i \quad \text{但し, } i=1, \dots, T \quad (26)$$

となる。このように現実の生存曲線データ F_i がわかる幸運なケースでも、 F_i が滑らかな Weibull 曲線そのものではなく、それから u_i の誤差を含むために、生存曲線パラメーター b, c 値の推定は推定誤差を含む。 b, c 値の推定誤差は u_i の共分散行列に依存するので、以下では u_i は相互に独立しているが、その分散が不均一であり、

$$\begin{aligned} \text{cov}(u_i u_j) &= 0 & \text{但し, } i \neq j \\ V(u_i) &= \sigma_0^2 i \end{aligned} \quad (27)$$

であると仮定し³¹⁾、またこの分散と共分散で構成される u_i の共分散行列を Ω_0 としよう。つまり、

31) 生存曲線の誤差項 u_i の分散が不均一で $V(u_i) = \sigma_0^2 i$ であるとする理由は、生存曲線には毎期なされる除却が累積されているからである。すなわち、1期あたりの除却で生ずる誤差の分散が均一で σ_0^2 であるとすれば、 i 期経過した資産は除却が i 回なされており、それぞれの除却は独立しているから、その生存率が含む誤差の分散は $V(u_i) = \sigma_0^2 i$ となる。

$$\Omega_0 = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T-1 & & \vdots \\ \vdots & & 2 & 0 \\ \vdots & & & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

とする。

すると、現実の生存曲線データが既知の場合、そのデータから生存曲線パラメーターを効率的に推定するには、不均一分散を考慮して一般化非線形最小二乗法 (GNLS) を利用することになる。すなわち、誤差 u_i の不均一分散を考慮して、(26)式をウェイト付きで推定すると、 $\eta' \eta = \Omega_0^{-1}$ となる $T \times T$ 対角行列 η の第 (i, i) 要素を η_i として、推定式は、

$$\eta_i F_i = \eta_i \exp \{-(i/b)^c\} + \eta_i u_i \quad (29)$$

となる³²⁾。この一般化非線形最小二乗法 (GNLS) による推定値 \hat{b}_g, \hat{c}_g は一致推定量であり、またその推定誤差の共分散行列は漸近的に、

$$(X_0' \Omega_0^{-1} X_0)^{-1} \quad (30)$$

となることが知られている³³⁾。なお、ここでの X_0 は(26)式の生存関数 $\exp \{-(i/b)^c\}$ を各期について b, c で偏微分してそれに真の値 b_0, c_0 を代入して構成される $T \times 2$ 行列である。従って (30) は 2×2 行列となり、その対角要素がそれぞれ漸近的に推定誤差 $\hat{b}_g - b_0$ と $\hat{c}_g - c_0$ の分散となる。

このように、実際の生存曲線が正確にわかる場合、その生存曲線データによってパラメーターの効率的推定値 \hat{b}_g, \hat{c}_g が得られ、推定値の誤差の漸近共分散行列は(30)となるが、本稿の問題の出発点は、そのような実際の生存曲線データがめったに得られないことであった。実際の生存曲線データが得

32) 不均一分散を考慮しないで、(26)式にウェイトを付けずにそのまま推定すると、この非線形最小二乗法 (NLS) による推定値 \hat{b}_n, \hat{c}_n もやはり一致推定量ではあるが、推定誤差の共分散行列は漸近的に、

$$(X_0' X_0)^{-1} X_0' \Omega_0 X_0 (X_0' X_0)^{-1}$$

となる。この共分散行列は(30)よりも大であるから、分散が不均一な場合の(26)式による NLS 推定は、(29)式による GNLS 推定よりも不効率であることが知られている (Davidson & MacKinnon [1993] 16. 2 節)。

33) Davidson & MacKinnon [1993] p. 290, p. 549。

られないもとで、いかにして生存曲線データがわかる場合の推定値 \hat{b}_g, \hat{c}_g に迫る推定値を得るか、これが本稿の課題であった。それに対する本稿の回答は、全くありふれたデータである有価証券報告書を用いて、3本の連立方程式解として b, c 値を推定するというものであった。そこで最後に、例えば税務当局のように正確な減価償却データを得ることができると仮定して、前節で示した3本の連立方程式解による推定が(30)に迫る精度を持つかどうかを検討しよう。

2. 生存曲線が未知の場合の連立方程式解による推定誤差

前節で示した3本の連立方程式による解とは、

$$KG_t = \sum_{i=0}^{\infty} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (5)$$

$$KN_t = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (20)$$

$$D_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + u_t \quad (21)$$

の各方程式において $u_t=0$ として連立方程式を解いた解であった。もっとも、実際の推定は無限の過去 ∞ に遡ることはできず、前節では生存率がおおむねゼロになる60期で打ち切った。この打ち切りの期間を T としよう。生存曲線近似そのものが含む誤差を u_i として、(5)(20)(21)の誤差項を明示的に表示すると、それぞれの式は、(26)式より、

$$KG_t = \sum_{i=0}^T \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + \sum_{i=0}^T u_i I_{t-i} \quad (31)$$

$$KN_t = \sum_{i=0}^T \delta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + \sum_{i=0}^T \delta_{t-i,i} u_i I_{t-i} \quad (32)$$

$$D_t = \sum_{i=0}^T \theta_{t-i,i} \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} + \sum_{i=0}^T \theta_{t-i,i} u_i I_{t-i} \quad (33)$$

となる。それに対し、前節の解は(31)~(33)の各式の右辺第2項をゼロとして、

$$KG_t = \sum_{i=0}^T \exp\{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (34)$$

$$KN_t = \sum_{i=0}^T \delta_{t-i,i} \exp \{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (35)$$

$$D_t = \sum_{i=0}^T \theta_{t-i,i} \exp \{-(i/b)^c\} I_{t-i} \quad (36)$$

の3本の連立方程式を解いた解であった。(31)～(33)の各式の右辺第2項の期待値は u_i の期待値がゼロである限りゼロとなるが³⁴⁾、実際値は一般にゼロではないから、これらをすべてゼロとした(34)～(36)の解はそれらの実際値がゼロではない程度に応じて推定誤差を持つ。

そこで、(31)～(33)式を(34)～(36)式として解いた推定量 \hat{b}_s , \hat{c}_s , \hat{r}_s の性質が問題となる。これは結論的に言えば、通常の一般化非線形最小二乗法 (GNLS) 推定量と同様に一致推定量であり、また、パラメーター b , c , r の推定誤差の共分散行列は漸近的に、

$$(X'_{s0} \Omega_s^{-1} X_{s0})^{-1} \quad (37)$$

となるものと思われる³⁵⁾。但し、ここでの X_{s0} は(31)～(33)式の右辺第1項

- 34) 正確な減価償却率 r_i を既知とすると、 I_{t-i} , $\delta_{t-i,i}$, $\theta_{t-i,i}$ はいずれも非確率変数だから、(31)～(33)の各式の右辺第2項は非確率変数を Z_{t-i} として、いずれも、

$$\sum_{i=0}^T u_i Z_{t-i}$$

と表すことができる。したがって、 $E(u_i)=0$ であれば、

$$E\left(\sum_{i=0}^T u_i Z_{t-i}\right) = \sum_{i=0}^T E(u_i) Z_{t-i} = 0$$

となる。

- 35) まず、問題を単純化してモデルが線形の場合を考えよう。この場合には、連立方程式を exact に解いた解は不偏推定量となり、また推定値の誤差の共分散行列は一般化最小二乗法 (GLS) 同様、 $(X' \Omega^{-1} X)^{-1}$ となることを示すことができる。

未知数が k 個であり、 k 本から成る誤差項を含む推定式を、

$$y = X\beta + u$$

但し、 $E(u)=0$, $E(uu')=\Omega$

としよう。ただし、 y は $k \times 1$ ベクトル、 X は $k \times k$ 行列、 β は $k \times 1$ ベクトル、 u は誤差額の $k \times 1$ ベクトル、 Ω は誤差項の $k \times k$ 共分散行列である。すると、 X が非特異とすれば、この推定式を $u=0$ として解いた連立方程式解 $\hat{\beta}$ は、

$$\hat{\beta} = X^{-1}y$$

となるが、これは不偏推定量である。というのは、真の β を β_0 として、

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= X^{-1}(X\beta_0 + u) \\ &= \beta_0 + X^{-1}u \end{aligned}$$

よって、



$$\hat{\beta} - \beta_0 = X^{-1}u$$

となり、 X^{-1} は非確率変数で、 $E(u)=0$ であるから、

$$E(\hat{\beta} - \beta_0) = X^{-1}E(u) = 0$$

となるからである。

次に推定値 $\hat{\beta}$ の誤差の共分散行列 $E[(\hat{\beta} - \beta_0)(\hat{\beta} - \beta_0)']$ は、

$$\begin{aligned} E[(\hat{\beta} - \beta_0)(\hat{\beta} - \beta_0)'] &= E[(X^{-1}u)(X^{-1}u)'] \\ &= E[X^{-1}uu'(X')^{-1}] \\ &= X^{-1}E(uu')(X')^{-1} \\ &= X^{-1}\Omega(X')^{-1} \\ &= (X'\Omega^{-1}X)^{-1} \end{aligned}$$

と、GLS 推定の共分散行列と同じ形になる。

このように、モデルが線形の場合、推定式の誤差項をゼロとして解いた連立方程式解は GLS 推定量と同じ性質を持つが、それは、連立方程式解が GLS 推定量の特殊ケースに他ならないからである。つまり、連立方程式解は、GLS 推定量、

$$\hat{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y$$

において、 X が正方行列のケースに他ならないのである。というのは、 X が正方行列の場合、GLS 推定量は、

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y \\ &= X^{-1}\Omega(X')^{-1}X'\Omega^{-1}y \\ &= X^{-1}y \end{aligned}$$

と、連立方程式解になるからである。よって、連立方程式解は GLS 推定量の性質を備えているはずである。

問題は、モデルが非線形の場合であるが、この場合も連立方程式解は一般化非線形最小二乗法 (GNLS) 推定量の性質を備えているはずである。というのは、非線形の場合でも、連立解は GNLS の標本数が未知数に等しいという特殊ケースであり、誤差の平方和 SSR がゼロという特殊な極小値をとるケースに他ならないからである。よって、モデルが非線形の場合、連立方程式を exact に解いた解 $\hat{\beta}$ は、GNLS 推定量と同様に通常一致性を持ち、 $T^{1/2}(\hat{\beta} - \beta_0)$ は漸近的に、

$$N(0, \text{plim}_{T \rightarrow \infty} (T^{-1}X'(\beta_0)\Omega^{-1}X(\beta_0))^{-1})$$

の正規分布をするものと思われる (Davidson & MacKinnon [1993] p. 290)。なお、ここでの $X(\beta_0)$ は、未知数 k 個、方程式数 k 本の非線形連立方程式 $y = x(\beta)$ を未知数 β に関して偏微分して真の値 β_0 で評価した行ベクトル k 個より構成される $k \times k$ 行列である。

以上の推論を確認し、連立推定量の一致性と推定誤差の漸近共分散行列(37)の正しさをチェックするために、筆者は真のパラメーターをあらかじめ設定して、 $\sigma_0 = 0.001$, $T = 30$ として(27)式にもとづくランダムな u_t を発生させて仮想データを毎回生成し、そこから(34)～(36)の連立方程式を解いてパラメーターを繰り返し推定する推定実験を行った。真のパラメーターは、いずれも $b_0 = 10$ として $c_0 = 1$, $c_0 = 2$, $c_0 = 3.6$ の3ケースを想定し、それぞれのケース内において更に投資の成長率については0%と5%の2ケース、減価償却率について30%と40%の2ケース、合計12ケースを想定した。実験回数は、各12ケースについてそれぞれ500回ずつである。まず、一致性を確認するために、実験から得られた推定値の

を b, c, r で偏微分してそれに真の値 b_0, c_0, r_0 を代入したものが各行を構成する 3×3 行列である。また、 Ω_s は (31)～(33) 式の集計的誤差項つまり各式の右辺第 2 項の共分散行列であり、

$$\Omega_s = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \sum I_i^2 & \sum \delta_i I_i^2 & \sum \theta_i I_i^2 \\ \sum \delta_i I_i^2 & \sum \delta_i^2 I_i^2 & \sum \delta_i \theta_i I_i^2 \\ \sum \theta_i I_i^2 & \sum \delta_i \theta_i I_i^2 & \sum \theta_i^2 I_i^2 \end{pmatrix} \quad (38)$$

である。但し、 \sum は $\sum_{i=0}^T$ 、 I_i は I_{t-i} 、 δ_i は $\delta_{t-i,i}$ 、 θ_i は $\theta_{t-i,i}$ を表す。また $\delta_{t-i,i}$ 、 $\theta_{t-i,i}$ の定義は (20)～(22) 式を参照。よって、(37) は 3×3 行列となり、その対角要素がそれぞれ漸近的に推定誤差 $\hat{b}_s - b_0$ と $\hat{c}_s - c_0$ および $\hat{r}_s - r_0$ の分散となる。

3. 2つの推定誤差の比較

こうして、実際の生存曲線がわかる場合には、それからの効率的推定値 \hat{b}_g, \hat{c}_g の推定誤差の漸近共分散行列は (30) 式となるのに対して、実際の生存曲線が不明の場合に 3 本の連立方程式 (34)～(36) を解いて得られる推定値 $\hat{b}_s, \hat{c}_s, \hat{r}_s$ の推定誤差の漸近共分散行列は (37) 式となる。問題は、(37) 式の共分散行列の対角要素である推定誤差の分散が、(30) 式の共分散行列の対角

誤差の平均がゼロと異なるかどうかを t 検定すると、すべてのケースにおいて実験による推定誤差の平均は 5% 水準においてゼロと有意に異ならなかった。したがって、連立方程式解は一致推定量であることが確認できる。次に (37) 式が真の漸近共分散行列であるかどうかをチェックするために、実験による推定値の誤差の標準偏差が (37) 式による計算値と異なるかどうかを χ^2 検定すると、連立方程式解 12 ケース中の 2 ケースを除き、他のすべてのケースにおいて 5% 水準で両者は有意に異ならなかった。更に問題の 2 ケース中 1 ケースは 4% 水準で両者が有意に異ならず、結局、事実上問題になるのは 1 ケースのみであった。しかし、この最後の 1 ケースの大きな誤差ですら、(37) 式が漸近値であるのに対して実験回数がわずか 500 回であるために生じていると考えられるので、この最後のケースについては更に実験を 5000 回まで続行した。すると、このケースの (37) 式による計算値が c 値で 0.0129、 r 値で 0.000124 であるのに対して、500 回の実験では実験結果が c 値で 0.0144、 r 値で 0.000135 となって 5% 水準で計算値と有意に異なったのが、実験を 5000 回まで続行すると実験結果は c 値で 0.0130、 r 値で 0.000126 となって誤差ははるかに縮まり、5% 水準で計算値と有意に異ならなくなった。こうして、(34)～(36) 式にもとづく連立推定量が一致性をもつだけでなく、その漸近共分散行列が (37) 式であることも確認されたといえる。

要素である推定誤差の分散よりもどの程度大きいものである。(37)の分散が(30)の分散よりもはるかに大きければ連立方程式解は信頼性がなく使いものにならないであろうし、逆にわずかに劣る程度ならば実際の生存曲線が殆ど不明の現状においては、生存曲線推定の有望な次善の策となるであろう。

そこで、(30)式の共分散行列の分散と(37)式のそれとをいくつかのケースについて計算し、それらを標準偏差の比率で比較してみたのが図10と図11である。図10では、真の値をすべて $b_0=10$ として、 $c_0=1$, $c_0=2$, $c_0=3.6$ の3つのケースを想定し、(28)式で $\sigma_0=0.001$, $T=60$ として(30)および(37)の共分散行列を計算し、そこから得られる推定誤差の標準偏差を標準偏差比率(=(37)の標準偏差/(30)の標準偏差)の値として示してある。もっとも、(30)の値はこれらのデータで一義に決まるが、(37)の値はそれだけでは一義に決まらない。(37)の値は更に投資系列 I_t および残存投資の未償却比率 δ_t と償却率 θ_t にも依存し、後者の δ_t , θ_t は(20)(21)式での定義からわかるように投資の償却率 r_t に依存するので³⁶⁾、(37)の共分散行列の計算においては投資の成長率 g と償却率について更にいくつかのケースを想定した。すなわち、投資の成長率については0%, 10%, 20%の3ケースを想定し、また投資の定率法償却率 r_t については10%から10%刻みの償却率を想定した。また、図11は $b_0=20$ とした以外は図10とまったく同様にして計算した推定誤差の標準偏差比率を示している。

ところで、これらの図を見る場合に注意すべき点が2つある。一つは、これらの図は $\sigma_0=0.001$ として計算されているが、実は σ_0 の値には依存しないことである。というのは、 σ_0^2 が変化すると図の標準偏差比率(=(37)の標準偏差/(30)の標準偏差)の分母・分子とも等倍ずつ変化し、標準偏差比率は不変にとどまるからである。もう一つは、図の標準偏差比率は投資の成長率には依存するが、その水準には依存しないことである。というのは、(30)は投資に依存しないし、また(37)は投資の成長率に依存するが、その水

36) δ_t , θ_t は r_t の他に特別償却率 ER_t と初年度償却割合 α_t にも依存するが、図10, 11では $ER_t=0$, $\alpha_t=0.5 \times 0.5 + 1.75/6 = 0.542$ として計算した。

準には依存しないからである。それゆえ、図の標準偏差比率はある投資水準を仮定しているが、その水準には依存せず成長率にのみ依存する。こうして、図10、11は数値例を用いているとはいえ、恒常成長経済における推定誤差の標準偏差比率のすべての決定要因をカバーしているといえる。

これらの点に注意して、 $b_0=10$ のケースである図10から見ていこう。図10でまず $c_0=1$ のケースを見ると、減価償却率と投資の成長率 g に応じて b 値と c 値の推定誤差の標準偏差比率は変化するものの、それは1～2倍の範囲にあり、連立推定による誤差の標準偏差は実際の生存曲線データによる推定誤差の標準偏差の1～2倍にすぎないことがわかる。つまり、この $c_0=1$ の場合には連立推定の精度は実際の生存曲線からの推定に比べて殆ど遜色がない。次に同じ図10の $c_0=2$ ケースを見ると、推定誤差の標準偏差比率は $c_0=1$ ケースに比べて増加するものの、おおむね1～3倍ぐらゐに留まることがわかる。つまり、 $c_0=2$ の場合も、連立推定の精度は生存曲線からの推定に比べて大きく悪化していない。問題は、 $c_0=3.6$ のケースである。この場合、減価償却率が30%程度までは連立推定の誤差が生存曲線からの推定誤差に比べておおむね5倍程度で収まるが、減価償却率がそれ以上になると連立推定の精度は急激に悪化していく。したがって、 $c_0=3.6$ の場合の連立推定の精度には十分注意する必要があるが、幸い前節の結果によれば、 c 値の推定値はいずれもおおむね1から2の範囲にあり、3.6付近の値は検出されなかった。

次に、 $b_0=20$ のケースである図11を見よう。この場合、平均耐用年数は約20年となり、法定耐用年数20年に対応する減価償却率は約10%となるので、図では現実的な範囲として30%の減価償却率までを示した。この図11の $b_0=20$ ケースでは、推定誤差の標準偏差比率と c_0 値、減価償却率、投資の成長率 g の関係が図10よりも単純に現れている。すなわち、例外はあるものの、推定誤差の標準偏差比率は、 c_0 値や減価償却率や投資の成長率が大きくなるにつれて大きくなるとおおむね言える。 $c_0=1$ のケースでは図10と同様、連立推定の誤差の標準偏差は生存曲線からのその1～2倍程度に留まり、

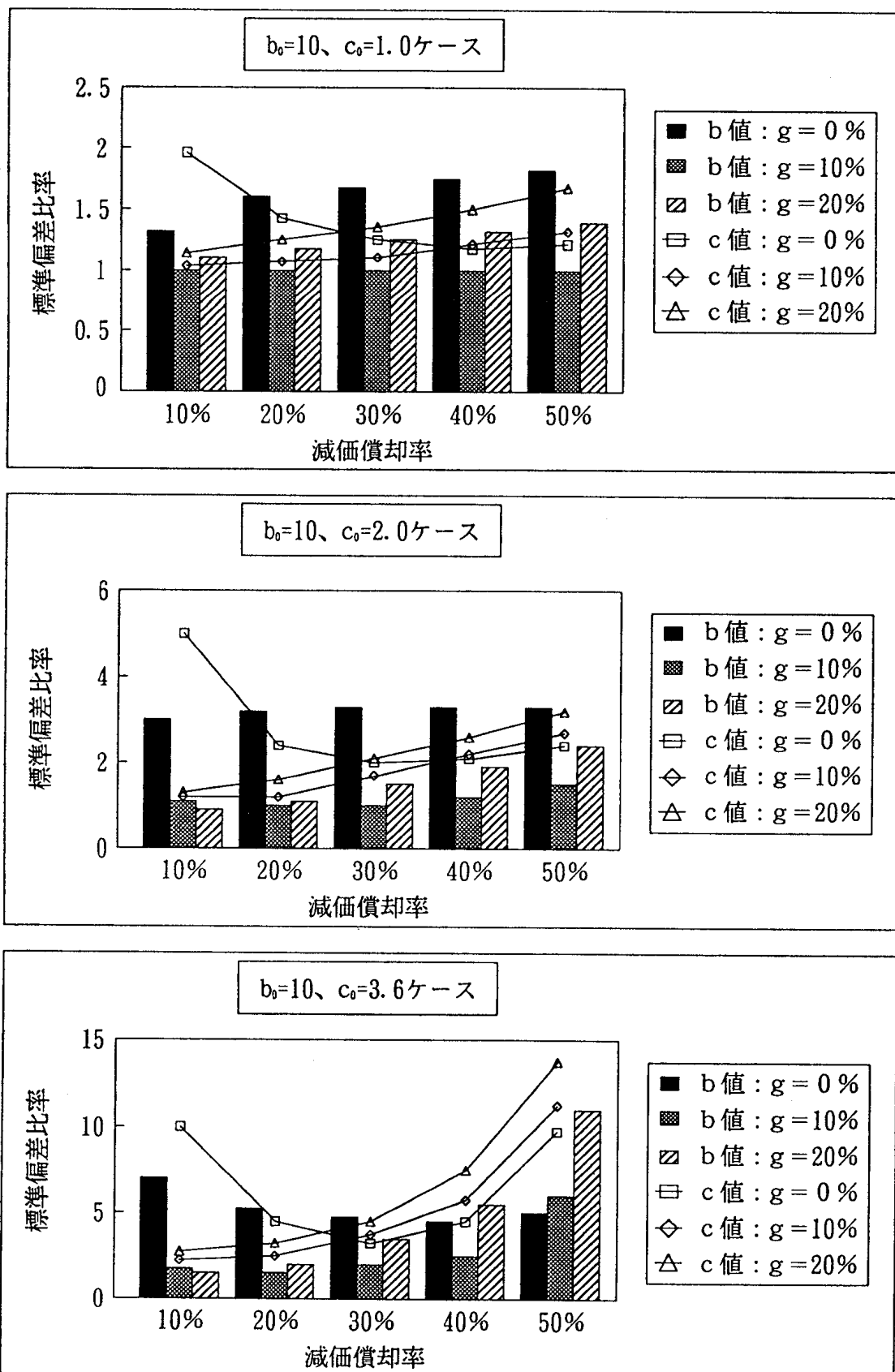
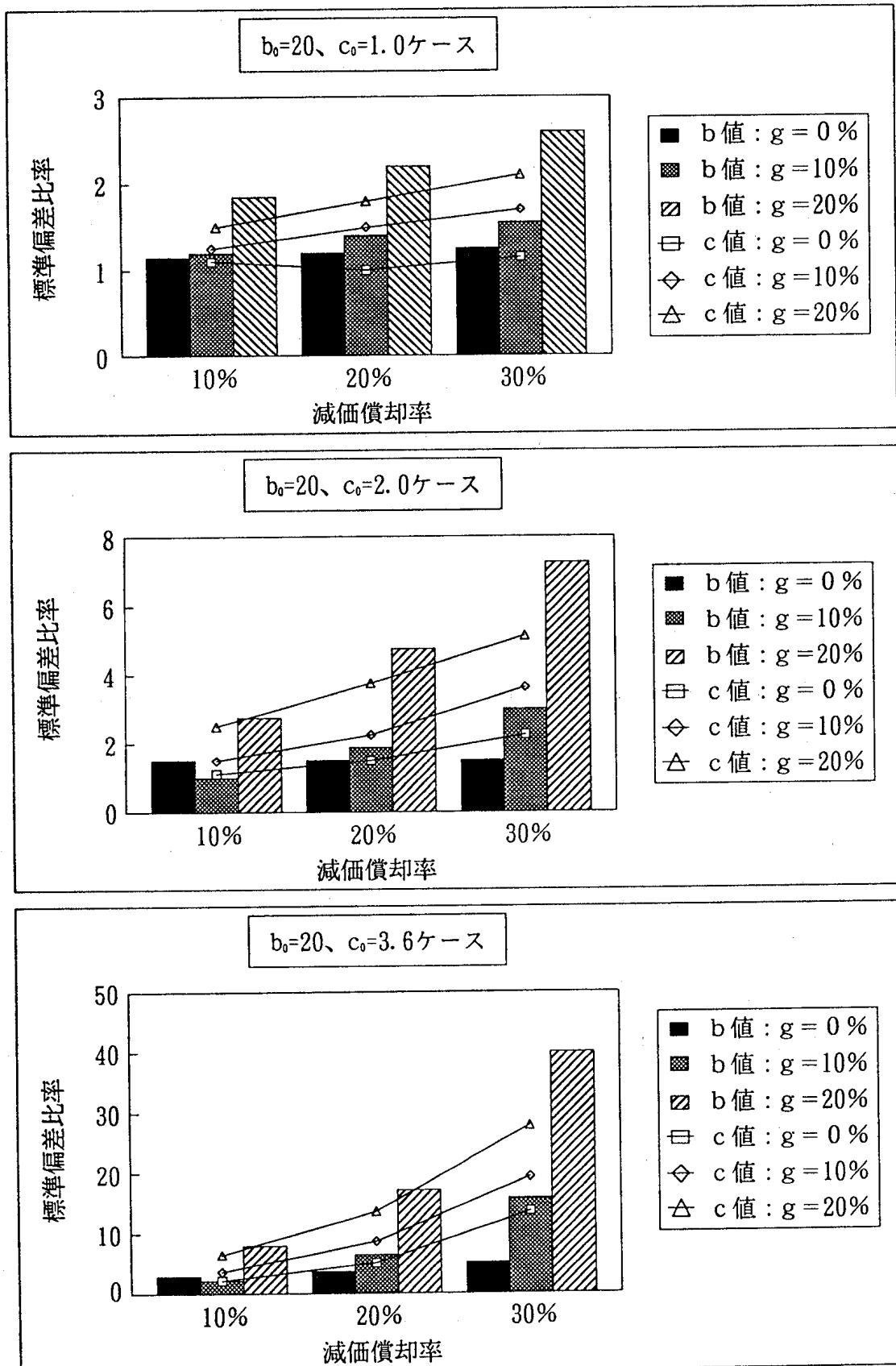
図10 (30)(37)式より得られる各推定誤差の標準偏差比率 ($b_0=10$ ケース)

図11 (30)(37)式より得られる各推定誤差の標準偏差比率 ($b_0=20$ ケース)



やはり連立推定の信頼性には遜色がない。次に、 $c_0=2$ の場合、投資の成長率が20%では標準偏差比率は5倍を超えるが、電気機器3社の場合、高度成長期の投資の趨勢成長率でさえも名目で14%程度（71年以降約10%）であったことを考えると、標準偏差比率はおおむね5倍以内と考えてよいであろう。最後に $c_0=3.6$ の場合には、減価償却率や投資の成長率とともに標準偏差比率は急上昇し、この場合の連立推定の精度はやはり要注意ということになる。

こうして図10、図11よりわかることは、第一に、連立推定の精度は c_0 が1に近いほど高く、 $c_0=1$ では実際の生存曲線からの推定に殆ど劣らぬ精度を持つことである。第二に、 $b_0=10\sim20$ であり、現実的な投資成長率の範囲内では、 $c_0=2$ であっても、連立推定は実際の生存曲線からの推定に対して極端には劣らぬ精度を持ち、精度の低下はおおむね $1/5$ 以内程度にとどまると思われることである。第三に、 $c_0=3.6$ のケースでは、連立推定の精度には十分な注意が必要であることである。

以上の本節における分析より、前節の生存曲線推定の信頼性を評価すると次のようになる。

前節で行った3本の連立方程式解による生存曲線推定の推定誤差の主要源泉は、本稿で未解決である1984年以降の機械・装置の減価償却率の乱高下問題を除けば、第1に減価償却データ、とりわけ75年度以降の初年度償却割合 α_t と、推定期間以前の償却率 r_t の初期値設定の誤差にもとづくものであり、第2に真の生存曲線の近似そのものが含む誤差によるものであった。本節A項の分析によれば、第1の誤差は推定期間中の r_t 推定には大きな影響を及ぼすが、それによって生ずる生存曲線パラメーター b 、 c の推定誤差は殆どネグリジブルであった。また、第2の誤差については、本節B項の分析により、連立方程式による推定は、実際の生存曲線データがわかる場合のそれからの推定に比べて当然精度が劣るが、前節の結果のように実際耐用年数が10～20年程度で $c_0=1\sim2$ の範囲では、精度の低下は相対的にわずかであり、実際の生存曲線からの推定に比べて精度がせいぜい $1/5$ 程度低下するにすぎ

ないことがわかった。こうして、前節の分析の精度は、1984年以降の機械・装置を別にすれば、実際の生存曲線がわかる場合の推定に比べて極端に劣るものではないと思われる。

第6節 小 括

本稿では、固定資本の生存・除却曲線を有価証券報告書から間接的に推定する方法について検討した。もちろん、実際の固定資本の生存曲線がわかれば、それから直接に生存曲線パラメーターを推定すればよいことは言うまでもない。Winfrey [1935] の古典的研究はまさにそのような研究であった。しかし、実際の生存曲線は現実にはまず滅多に得られず、そのことが Winfrey の研究から半世紀以上も過ぎた今日、未だに Winfrey を超える生存曲線研究が存在しないという現状をもたらしているのである。このことが各国における資本ストック推計、従って生産関数推計や投資関数推計などにいかに深刻な影響を及ぼしているかは本稿のはじめに見たところである。本稿はこのような現状を打開すべく、全くありふれたデータである有価証券報告書によって生存曲線を間接的に推定する方法について検討した。そこでは、この研究で先鞭をつけた Atkinson/Mairesse の分布ラグモデルによる推定方法の問題点を検討し、それに代わる方法を提起した。本稿で提起した方法は、Atkinson/Mairesse のように有価証券報告書の粗ストックデータのみを利用するのではなく、純ストックと減価償却に関するデータをも結合的に利用することによって得られる3本の連立方程式を解くことにより、毎期の生存曲線パラメーターを推定する方法であった。この方法を電気機器3社に適用した結果はおおむね妥当であり、またその信頼性も実際の生存曲線データがわかる場合に比べて極端には劣るものではないことが判明した。従って、国際的に固定資本の実際の生存曲線データが殆どわからず、将来もわかる見込みのない現状においては、本稿で提起した生存曲線の推定方法が極めて有望で低コストな代替的方法となりうるであろうと考えられる。

参 考 文 献

- Amemiya, Takeshi, *Introduction to Statistics and Econometrics*, Harvard Univ. Press, 1994.
- Amemiya, Takeshi, *Advanced Econometrics*, Harvard Univ. Press, 1985.
- Atkinson, Margaret, and Jacques Mairesse, "Length of Life of Equipment in French Manufacturing Industries", *Annales de l'INSEE*, Numero 30-31, Avril-Septembre 1978, 23-48.
- Cette, Gilbert, et Daniel Szpiro, "Durée de Vie et âge moyen de l'outil de production", *Economie et Statistique*, Numero 208, Mars 1988, 3-14.
- Davidson, Russell, and James G. MacKinnon, *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford Univ. Press, 1993.
- Jaffey, Michael, "The Measurement of Capital through a Fixed Asset Accounting Simulation Model (FAASM)", *Review of Income and Wealth*, Series 36, No. 1, March 1990, 95-110.
- Judge, George G., R. C. Hill, W. E. Griffiths, H. Lutkepohl, and T-C Lee, *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1988.
- Judge, George G., R. C. Hill, W. E. Griffiths, H. Lutkepohl, and T-C Lee, *The Theory and Practice of Econometrics*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1985.
- 河手博『減価償却資産の研究と実務』三協法規 1993年。
- Maddala, G. S., *Econometrics*, McGraw-Hill, 1977.
- Marston, Anson, Robley Winfrey and Jean C. Hempstead, *Engineering Valuation and Depreciation*, McGraw-Hill, 1953.
- 森口繁一・宇田川銑久・一松信『数学公式 I』岩波全書 1956年。
- 中田信正『税務会計要論 [6訂版]』同文館 1996年。
- Nevin, Edward, "The Life of Capital Assets: An Empirical Approach", *Oxford Economic Papers*, New Series Vol. 15, 1963, 228-243.
- 柳沼寿・野中章雄「主要国における資本ストックの測定法」経済企画庁経済研究所『経済分析』第146号 1996年6月。
- 沼田嘉穂『減価償却の理論と実務』同文館 1982年。
- OECD, *Methods Used by OECD Countries to Measure Stocks of Fixed Capital*. (National Accounts: Sources and Methods. No. 2), OECD, 1993.
- 滝田和夫「戦後日本の設備投資と廃棄」(戦後日本経済研究会編著『日本経済の分水嶺』文眞堂, 1988年 第3章 72-153所収)

滝田和夫「固定資本の生存・除却曲線について」（上）『桃山学院大学経済経営論集』
第36巻第3・4号 1995年3月 111-141。

滝田和夫「固定資本の生存・除却曲線について」（下）『桃山学院大学経済経営論集』
第37巻第1号 1995年7月 93-128。

Ward, Michael, *The Measurement of Capital: The Methodology of Capital Stock Estimates in OECD Countries.*, OECD, 1976.

Winfrey, Robley, *Statistical Analyses of Industrial Property Retirements*, Iowa Engineering Experiment Station, Bulletin 125, Iowa State College, 1935.

山下勉「P I法による民間企業資本ストック推計の検討について」経済企画庁経済研究所『季刊国民経済計算』No. 92, 1992年2月 1-15。

米山鈞一『減価償却資産の耐用年数取扱全書』日本実業出版社 1972年。

（たきた・かずお／経済学部教授／1996年11月6日受理）